LABORATORIO_ELECTROMAGNETISMO

Medida de la Permitividad Dieléctrica de Líquidos Polares

Francisco Camarena Femenía
Miguel Ángel Ballesteros Velasco

Objetivo

Medida de la permitividad dieléctrica compleja del agua y del alcohol.

Fundamentación

Se puede estudiar la permitividad de una sustancia polar a partir de las propiedades de resonancia de ondas electromagnéticas en el interior de una cavidad que contiene dicha sustancia.

La propagación de una onda electromagnética en un medio, caracterizado por una permitividad eléctrica ε y una permeabilidad magnética μ (que tomaremos igual a la del vacío $\mu \equiv \mu_0$), está regida por las ecuaciones de Maxwell. Para una onda monocromática plana de frecuencia ν propagándose en el medio en la dirección del eje X, en el sentido de las x's crecientes, su campo eléctrico se escribe (análogamente se puede describir el campo magnético)

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_0^+} e^{i(\tilde{k}x - wt)}$$

$\overrightarrow{E_0^+}$ es un vector real, de módulo constante, en el plano perpendicular al eje X, $w = 2\pi\nu$ es la frecuencia angular y $\tilde{k} = w\sqrt{\mu\tilde{\varepsilon}}$ es el número de ondas, complejo, que depende de la permitividad dieléctrica compleja $\tilde{\varepsilon}$ definida como

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon + i\frac{\sigma_d}{w}$$

siendo σ_d la conductividad eléctrica.

Reescribiendo $\tilde{k} \equiv \alpha + i\beta$ se tiene

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_0^+} e^{-\beta x} e^{i(\alpha x - wt)}$$

Por tanto α (la parte real de $\tilde{k}$) determina la longitud de onda en el medio $\lambda = \frac{2\pi}{\alpha}$, mientras que β (la parte imaginaria de $\tilde{k}$) determina la atenuación de la onda.

Por otra parte, para un líquido polar la permitividad dieléctrica compleja relativa (a la del vacío) tiene la forma

$$\tilde{\varepsilon}_r \equiv \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_0} = 1 + \chi_0 + i\chi_0\tau w$$

donde

$$\chi_0 = \frac{\varepsilon(0) - 1}{1 + (\tau w)^2}$$

es la susceptibilidad eléctrica, que depende de la permitividad estática ε (0) , y de τ, el tiempo de relajación en el líquido.

Si $(\tau w)^2 \ll 1$ (que será el caso en el montaje experimental) entonces $\chi_0 \approx \varepsilon(0) - 1$ no depende de la frecuencia. En consecuencia

$$\varepsilon_r \equiv \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 + \chi_0$$

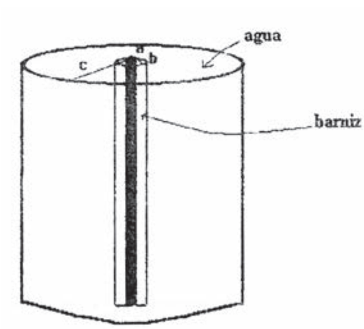
tampoco depende de la frecuencia y la conductividad está dada por

$$\sigma_d = \varepsilon_0 \chi_0 \tau w^2$$

Ya que en el líquido la velocidad de fase de la onda electromagnética está dada por $v_f = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}}$ con , $\mu_r \equiv \frac{\mu}{\mu_0} \approx 1$ esta velocidad no depende de la frecuencia en la aproximación considerada. Si se supone que el líquido ocupa el interior de una cavidad, sólo determinadas longitudes de onda λ_n , o frecuencias ν_n , denominadas de resonancia, determinadas por las características geométricas de la cavidad, están permitidas. A partir de la medida de estas frecuencias se puede determinar la velocidad de fase y, por ende, obtener el valor de ε_τ. Veremos que la medida de la anchura de estas resonancias permite obtener τ y la parte imaginaria de la permitividad eléctrica compleja o, equivalentemente, la conductividad σ_d. Los detalles del procedimiento se especifican en la sección siguiente.

Procedimiento Experimental

Se dispone de un generador de frecuencias (0-500 MHz), un osciloscopio y un analizador de espectros. Así mismo se tienen cavidades resonantes de distinta longitud formadas por dos conductores cilíndricos coaxiales siendo el conductor interior un hilo y el exterior un tubo, ambos de cobre. El hilo interior viene recubierto de fábrica por un barniz. El tubo exterior se cierra por los extremos pero tal que a través de uno de ellos se pueda conectar el hilo interior al generador de frecuencias. En la cavidad, entre los dos conductores, se introduce un líquido polar (agua o alcohol) o se deja con aire.



Este sistema de dos cilindros coaxiales que forman el resonador tiene una capacidad C y una resistencia R cuyo producto está dado por

$$RC = \frac{\varepsilon}{\sigma_d}$$

Las frecuencias de resonancia w_{res} tienen factor de calidad

$$Q = RCw_{res} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0}{\sigma_d} w_{res}$$

Por tanto, medidas de las frecuencias de resonancia w_{res} (de las que se obtiene ε_r, ver sección siguiente) y de Δw_{res}, las anchuras de las resonancias, dadas por

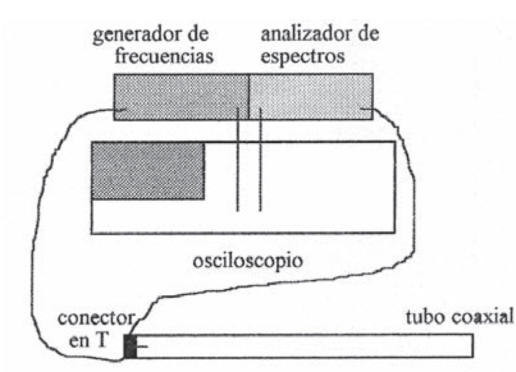
$$\Delta w_{res} = \frac{w_{res}}{Q} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0}{\sigma_d} = \frac{1+\chi_0}{\chi_0 \tau w_{res}^2}$$

permiten obtener τ y la parte imaginaria de la permitividad eléctrica compleja o, equivalentemente, la conductividad σ_d.

Antes de proceder a la medida de las frecuencias y sus correspondientes anchuras en las cavidades, se procede al calibrado de los instrumentos. Se conectan el generador y el analizador al osciloscopio en el modo X-Y escogiendo las escalas adecuadas para poder observar en la pantalla del osciloscopio todo el rango de frecuencias. Se observará en ésta una línea horizontal con un pico agudo y estrecho en su parte izquierda, el cual corresponde a la frecuencia 0. Se resitúa este pico en el centro de la pantalla cuando el analizador señale frecuencia 0.

Medida de las frecuencias de resonancia y sus anchuras

Se conecta un cable coaxial al generador y otro al analizador tal que ambos cables de conectan entre sí mediante un conector T al cual también se conecta la cavidad seleccionada.



En la cavidad, de longitud L, se producen ondas estacionarias, como las correspondientes a un tubo cerrado, cuyas longitudes de onda λ_n satisfacen

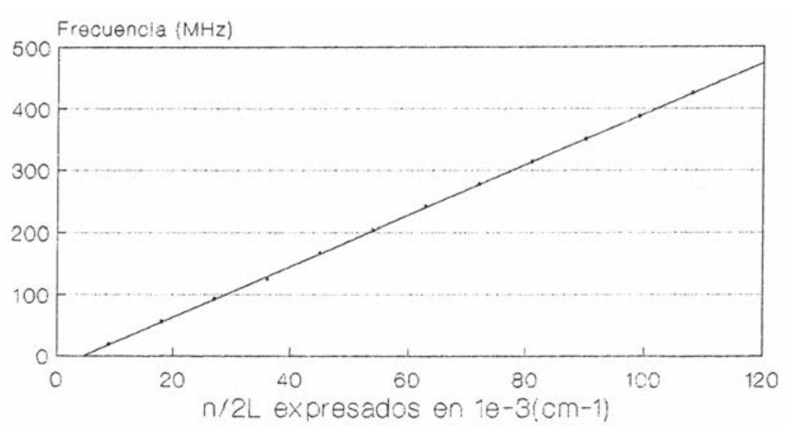
$$L = n\frac{\lambda_n}{2} \qquad n = 1,2,3 \ldots$$

En términos de las frecuencias ν_n esta condición se expresa como

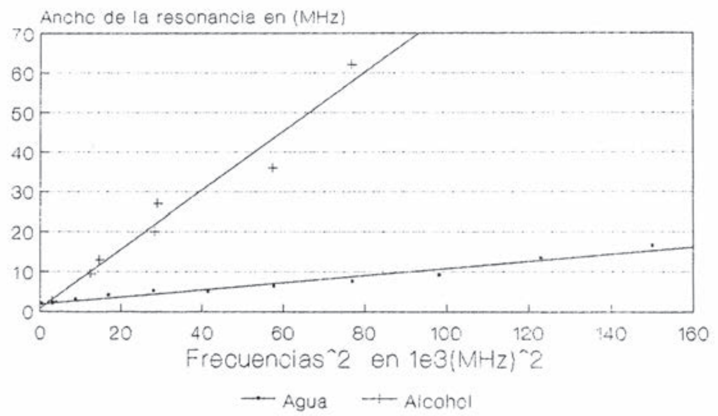
$$\nu_n = n\frac{v_f}{2L}$$

Por tanto, a partir de la medida de ν_n y de su representación lineal frente a $\frac{n}{2L}$ se podrá obtener v_f como la pendiente (y ε_r a partir de ella).

Una vez conectada la cavidad se observan en la pantalla del osciloscopio una serie de picos invertidos que corresponden a las frecuencias que están permitidas en la cavidad y, por tanto, son absorbidas por ésta (en la subsección Ondas estacionarias en cable coaxial de la práctica Resonancias de Ondas Electromagnéticas, pag. 74, se muestra una imagen similar a la observada). Como ejemplo de los resultados obtenidos se muestran en la gráfica siguiente los correspondientes a propagación en agua:



En cuanto a la medida de las anchuras para las frecuencias resonantes, éstas deben medirse en la mitad de los picos invertidos observados. Debe además tenerse en cuenta, para establecer correctamente su valor, que la escala generada por el analizador es logarítmica. A partir de la expresión de la anchura $\Delta w_n = \frac{\chi_0}{1+\chi_0}\tau w_n^{\,2}$ se obtienen los valores experimentales del tiempo de relajación τ y a partir de éste de la conductividad σ_d. En la gráfica siguiente se muestra una comparación de resultados para agua y alcohol:



Los resultados obtenidos para las velocidades de propagación en aire, agua y alcohol se ajustan muy bien a los valores tabulados. Así mismo para los tiempos de relajación. Sin embargo se tiene cierto desajuste para la constante dieléctrica relativa del agua. La razón de este desajuste estriba en la presencia del barniz de recubrimiento del hilo que, de hecho, constituye por sí mismo otro medio dieléctrico con su propia permitividad. La consideración de ésta permite entender los resultados.